

Zur Modellierung von Rückversicherungsverträgen in der dynamischen Finanzanalyse

Martin Eling · Denis Toplek

Online veröffentlicht: 14 Oktober 2008
© Springer-Verlag 2008

Zusammenfassung Das Ziel dieser Arbeit besteht darin, verschiedene Rückversicherungsverträge in die dynamische Finanzanalyse zu integrieren und Auswirkungen auf Risiko und Rendite eines Schadenversicherers zu analysieren. Je nachdem, welchen Rückversicherungsvertrag und welche Intensität der Abhängigkeit wir dabei betrachten, finden wir sehr unterschiedliche Ergebnisse für Risikomaße wie die Ruinwahrscheinlichkeit oder das Expected Policyholder Deficit. Unser Untersuchungsergebnis hat eine hohe Relevanz für Regulierungsbehörden und Ratingagenturen, welche diese Maße als Fundament für die Aufsicht und für die Herleitung von Ratings nutzen. In unserer Arbeit erweitern wir die Ergebnisse aus Eling u. Toplek (2008) um eine detaillierte Analyse normaler Abhängigkeitsbeziehungen für verschiedene Rückversicherungsverträge und stellen diese Varianten im Rahmen einer neuen Beispielsimulation dar.

Abstract In this paper we study the influence of Gaussian dependencies on the payoff of reinsurance contracts and the resulting effects on a non-life insurer's risk and return profile. To achieve this, we integrate different Gaussian dependencies and reinsurance contracts in a dynamic financial analysis (DFA) framework and conduct numerical tests within a simulation study. Depending on the reinsurance contract and the dependency employed, we find substantial differences in risk assessment for the ruin probability and for the expected policyholder deficit. The results have important implications for regulators and rating agencies that use these risk measures as a foundation for capital standards and ratings. Our results extend the findings of a recent working paper by Eling and Toplek (2008) with a detailed analysis of Gaussian dependencies under different reinsurance contracts.

M. Eling (✉) · D. Toplek
Universität St. Gallen, Institut für Versicherungswirtschaft,
Kirchlistrasse 2, 9010 St. Gallen, Switzerland
E-Mail: martin.eling@unisg.ch

1 Einleitung

Im Rahmen einer dynamischen Finanzanalyse (DFA) wird die Entwicklung eines Versicherungsunternehmens unter einer Vielzahl möglicher Szenarien simuliert (vgl. Casualty Actuarial Society 1999). Diese zeigen, wie die Finanzlage des Unternehmens durch Veränderungen interner und externer Rahmenbedingungen beeinflusst wird. Die DFA hat sich in den vergangenen Jahren insbesondere im Schaden- und Rückversicherungsbereich zu einem wichtigen Instrument der Entscheidungsunterstützung entwickelt (vgl. für einen Überblick Blum u. Dacorogna 2004). Auch im Rahmen der aktuellen Diskussionen bzgl. neuer Solvabilitätsvorschriften (Solvency II) spielt die DFA eine bedeutsame Rolle, da sie im Zusammenhang mit internen Risikosteuerungsmodellen grundsätzlich zur Bestimmung des Zielkapitals herangezogen werden kann.

Die Qualität der Ergebnisse einer DFA hängt von der korrekten Implementierung der Abhängigkeitsbeziehungen im Unternehmensmodell ab. Abhängigkeitsbeziehungen lassen sich im Versicherungsbereich insbesondere zwischen verschiedenen Assets (etwa Renditen aus unterschiedlichen Kapitalanlagen wie Aktien und Anleihen), verschiedenen Liabilities (etwa Schäden aus unterschiedlichen Versicherungszweigen wie Haftpflicht- und Kaskoversicherung) sowie zwischen Assets und Liabilities aufzeigen. Im Fall von Extremereignissen sind solche Abhängigkeiten in besonderem Maße von Relevanz. Ein Beispiel dafür sind die Terroranschläge des 11. September 2001, bei denen die Versicherer sowohl erhebliche Verluste aus dem versicherungstechnischen Geschäft als auch auf den Kapitalmärkten erleiden mussten (vgl. dazu z. B. Achleitner et al. 2002).

Ein Risikomanagement-Instrument, welches Erstversicherer zum Schutz vor solchen Extremereignissen einsetzen, sind Rückversicherungsverträge. Dabei wird ein Teil der Schäden des Erstversicherers an ein Rückversicherungsunternehmen zediert. Sowohl der Erst- als auch der Rückversicherer müssen die beschriebenen Abhängigkeitsbeziehungen in der Analyse von Rückversicherungsverträgen berücksichtigen. Dies gilt nicht nur für klassische Rückversicherungsarten, wie Stop Loss- und Excess of Loss-Verträge, sondern insbesondere auch für Double-Trigger-Rückversicherungsverträge, eine relativ neue Form der Rückversicherung aus dem Bereich des alternativen Risikotransfers. Zahlungen des Rückversicherers sind in diesen Verträgen an die Entwicklung des versicherungstechnischen Geschäfts sowie an ein weiteres Ereignis (sogenannter Trigger) geknüpft. Letzteres bezieht sich dabei häufig auf die Entwicklung der Kapitalmärkte.

In der vorliegenden Arbeit werden sowohl klassische als auch alternative Rückversicherungsverträge unter unterschiedlichen Abhängigkeitsbeziehungen untersucht. Das Ziel der Arbeit besteht darin, verschiedene Rückversicherungsverträge in die DFA zu integrieren und ihre Auswirkungen auf das Risiko und die Rendite eines Schadenversicherers zu analysieren. Die Grundlage dieser Arbeit bildet die Arbeit von Eling u. Toplek (2008), welche zugleich Gegenstand des Vortrags auf der Jahrestagung des Deutschen Vereins für Versicherungswissenschaften war. In diesem Beitrag wollen wir uns auf die Modellierung der Rückversicherung für den Fall durch Gauß-Copulas erzeugter Abhängigkeiten konzentrieren, die in der Praxis weit verbreitet ist. Demnach erweitern wir die Ergebnisse aus Eling u. Toplek (2008) um

eine detaillierte Analyse sowie eine Darstellung im Rahmen einer neuen Beispielsimulation dieser sogenannten normalen Abhängigkeitsbeziehungen (vgl. Embrechts et al. 2001). Für eine weitergehende Untersuchung, insbesondere von nichtlinearen Abhängigkeitsbeziehungen, verweisen wir auf Eling u. Toplek (2008).

Der vorliegende Beitrag ist wie folgt gegliedert: In Abschn. 2 beschreiben wir den Modellrahmen. In Abschn. 3 werden Risiko und Rendite von drei Rückversicherungsverträgen in einer Beispielsimulation analysiert. Die Arbeit schließt mit einem Fazit in Abschn. 4.

2 Modellrahmen

Der Ausgangspunkt unserer Betrachtungen ist ein vereinfachtes Modell eines Schadenversicherers, das auf die Arbeit von Eling et al. (2007) zurückgeht und in Eling u. Toplek (2008) um einen modifizierten Underwriting Cycle (autoregressiver Prozess zweiter Ordnung) sowie um einen modifizierten Schadenprozess (bestehend aus Katastrophenschäden und Nicht-Katastrophenschäden) erweitert wurde (sämtliche Modelldetails finden sich in Eling u. Toplek 2008). Dabei bezeichnen wir das Eigenkapital des Versicherers zum Ende des Zeitraums t mit EC_t und den Gewinn des Versicherers im Zeitraum t mit E_t . Das Eigenkapital zum Ende des Zeitraums t setzt sich aus dem Eigenkapital zum Ende des Zeitraums $t - 1$ und dem Gewinn im Zeitraum t zusammen:

$$EC_t = EC_{t-1} + E_t. \quad (1)$$

Der Gewinn ergibt sich aus dem Kapitalanlageergebnis I_t und dem versicherungstechnischen Ergebnis U_t am Ende von Periode t . Positive Gewinne werden besteuert (tr ist der Steuersatz):

$$E_t = I_t + U_t - \max(tr \cdot (I_t + U_t), 0). \quad (2)$$

Wir betrachten auf der Kapitalanlageseite riskante Anlagen (z. B. Aktien; ihre Rendite wird mit r_{1t} bezeichnet) und sichere Anlagen (z. B. Anleihen; ihre Rendite wird mit r_{2t} bezeichnet). Der Parameter α beschreibt den Anteil der riskanten Anlagen. Die Portfoliorendite des Unternehmens ergibt sich durch Gewichtung der Anlagerenditen r_{1t} und r_{2t} mit α und $(1 - \alpha)$:

$$r_{pt} = \alpha_{t-1} \cdot r_{1t} + (1 - \alpha_{t-1}) \cdot r_{2t}. \quad (3)$$

Das Kapitalanlageergebnis des Unternehmens kann dann durch Multiplikation der Portfoliorendite mit den zur Kapitalanlage zur Verfügung stehenden Mitteln bestimmt werden:

$$I_t = r_{pt} \cdot A_{t-1}. \quad (4)$$

Der zweite Teil des Unternehmensgewinns wird aus dem versicherungstechnischen Ergebnis erzielt. Das versicherungstechnische Ergebnis setzt sich zusammen aus Prämien P_{t-1} (diese fallen annahmegemäß zum Jahresanfang an) abzüglich Schäden C_t

(fallen zum Jahresende an) abzüglich Abschlusskosten Ex_{t-1}^P abzüglich Kosten für die Schadenabwicklung Ex_t^C :

$$U_t = P_{t-1} - C_t - Ex_{t-1}^P - Ex_t^C. \quad (5)$$

Das Prämieinkommen wird als ein bestimmter Anteil an dem gesamten Volumen des (für diesen Versicherer relevanten) Versicherungsmarktes ermittelt. Im Modell gibt es drei Faktoren, welche die Relation zwischen dem Marktvolumen und dem Prämieinkommen bestimmen. Der erste Faktor cr ist der „consumer response factor“, welcher einen Zusammenhang zwischen dem Prämienvolumen und dem Sicherheitsniveau des Unternehmens modelliert (vgl. dazu auch Wakker et al. 1997). Der zweite Faktor π modelliert den Underwriting Cycle (in Anlehnung an Cummins u. Outreville (1987) modellieren wir den Underwriting Cycle als autoregressiven Prozess zweiter Ordnung). Der dritte Faktor β ist der Marktanteil, der durch Aktionen des Managements beeinflusst werden kann:

$$P_{t-1} = cr_{t-1}^{EC_{t-1}} \cdot \pi_{t-1}^s \cdot \beta_{t-1} \cdot MV. \quad (6)$$

Die Schäden C setzen sich aus Katastrophenschäden und Nicht-Katastrophenschäden zusammen ($C = C_{\text{ncat}} + C_{\text{cat}}$). Wir modellieren einen Versicherer, welcher in mehreren Versicherungszweigen aktiv ist, wobei jedoch lediglich in zwei Versicherungszweigen Katastrophenschäden auftreten können. Wir betrachten die Hausrat- und die Wohngebäudeversicherung als Beispiele für diese beiden Sparten. Die Katastrophenschäden C_{cat} dieser Versicherungszweige werden durch jeweils einen zusammengesetzten Poisson-Prozess bestehend aus einer Poisson-Verteilung für die Schadenanzahl N und einer Pareto-Verteilung für die Schadenhöhe X modelliert (vgl. Klugman et al. 2004). Die Nicht-Katastrophenschäden C_{ncat} sind lognormalverteilt und können in beiden genannten Sparten auftreten. Zusätzlich können sie aber auch aus anderen Versicherungszweigen resultieren, in denen jedoch keine Katastrophenschäden auftreten (z. B. die KFZ-Haftpflichtversicherung oder die Kreditversicherung).

Zwei Kostenarten sind in das Modell integriert: Abschlusskosten (Ex_{t-1}^P) und Kosten für die Schadenabwicklung (Ex_t^C). Die Schadenabwicklungskosten ergeben sich als Prozentsatz δ der Schäden ($Ex_t^C = \delta C_t$). Die Abschlusskosten hängen linear vom Prämienvolumen ab (modelliert durch den Faktor γ) und nichtlinear von der Änderung des Prämienvolumens (modelliert durch den Faktor η , um beispielsweise einen überproportionalen Anstieg der Marketingausgaben im Fall einer deutlichen Ausweitung des Marktanteils abzubilden). Die Abschlusskosten Ex_{t-1}^P ergeben sich damit wie folgt:

$$Ex_{t-1}^P = \gamma \cdot \beta_{t-1} \cdot MV + \eta \cdot ((\beta_{t-1} - \beta_{t-2}) \cdot MV)^2. \quad (7)$$

Korrelationsbeziehungen finden sich in unserem Modell auf drei Ebenen: Die Kapitalanlagerenditen r_{1t} und r_{2t} sind über den Parameter ϕ_1 miteinander korreliert. Die Katastrophenschäden C_{cat} in der ersten Sparte sind mit den Katastrophenschäden in der zweiten Sparte über den Parameter ϕ_2 korreliert und die Assets und Liabilities sind über den Parameter ϕ_3 miteinander verbunden (vgl. Abb. 1). Die Korrelationen werden mithilfe einer Gauß-Copula modelliert (zur Gauß-Copula vgl. z. B. McNeil et al. 2005). Zur Parametrisierung der Gauß-Copula folgen wir

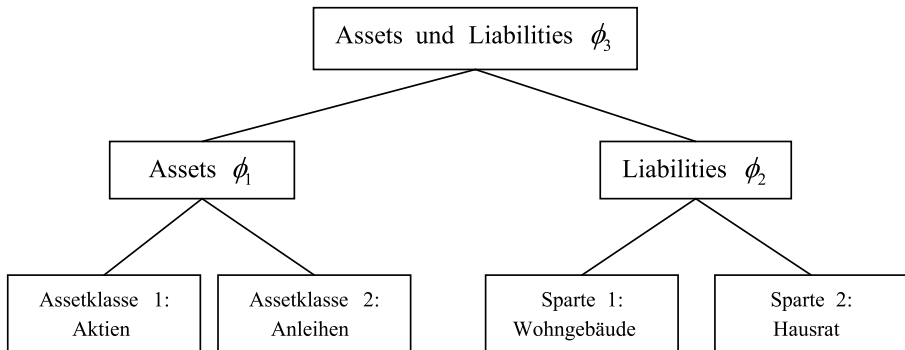


Abb. 1 Abhängigkeitsbeziehungen im Modell

McNeil et al. (2005), S. 230, und nutzen die Beziehung zwischen den Elementen der Korrelationsmatrix der Gauß-Copula und dem Rangkorrelationsmaß Kendall's Tau.

3 Drei Rückversicherungsverträge und ihre Performance in einer Beispielsimulation

3.1 Rückversicherungsverträge

3.1.1 Excess of Loss

Excess of Loss (XL) Rückversicherungsverträge finden sich vor allem in katastrophexponierten Geschäftsfeldern der Schadenversicherung, die aufgrund extremer Schwankungen in der Schadenhöhe hohe Schwankungen in den Schadenquoten aufweisen (vgl. Cummins et al. 2004). Bei diesem Vertrag zahlt der Erstversicherer am Anfang eines jeden Jahres die Rückversicherungsprämie P_{XL} . Im Gegenzug erhält er für jeden Schaden x_i den Teil des Schadens erstattet, welcher den Selbstbehalt bzw. attachment point A_{XL} übersteigt. Dabei ist die Zahlung des Rückversicherers pro Schaden während der Vertragslaufzeit (in der Regel ein Jahr) im Allgemeinen auf ein bestimmtes Limit M_{XL} beschränkt. Die Zahlung des Rückversicherers am Ende des Jahres (S_{XL}) ergibt sich damit als:

$$S_{XL} = \sum_{i=1}^n \min(\max(0, x_i - A_{XL}), M_{XL}) . \quad (8)$$

3.1.2 Stop Loss

Stop Loss (SL) Rückversicherungsverträge sind insbesondere in Geschäftsfeldern zu finden, die erhebliche Schwankungen der Schadenquoten aufgrund von Fluktuationen in den Schadenhäufigkeiten aufweisen, wie etwa in der Hagel- oder der Sturmversicherung (vgl. Denuit u. Vermendele 1998). Bei diesen Verträgen ist die Deckung an

die Bruttoprämien P_{t-1} des Erstversicherers geknüpft, wobei der Selbstbehalt A_{SL} und das Limit M_{SL} als Schadenquoten abgebildet werden. Der Vertrag bezieht sich nicht auf Einzelschäden, sondern auf die Gesamtschadensumme der Vertragsperiode (üblicherweise ein Jahr). Am Anfang des Jahres zahlt der Erstversicherer die Rückversicherungsprämie P_{SL} . Die Zahlung des Rückversicherers (S_{SL}) am Ende des Jahres kann dann wie folgt berechnet werden:

$$S_{SL} = \min \left(\max \left(0, \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) / P_{t-1} - A_{SL} \right), M_{SL} \right) \cdot P_{t-1}. \quad (9)$$

3.1.3 Double Trigger

Double-Trigger-Rückversicherungsverträge sind eine relativ neue Rückversicherungsform. Daher werden sie häufig zum Bereich des Alternativen Risikotransfers gezählt (vgl. etwa Gründl u. Schmeiser 2002). Die Deckung dieser Verträge hängt ab vom versicherungstechnischen Risiko und von einer weiteren Risikoquelle, im Allgemeinen dem Kapitalmarktrisiko. Der Erstversicherer erhält beispielsweise nur dann eine Entschädigungszahlung, wenn die Schäden sehr hoch und die Renditen auf dem Kapitalmarkt sehr gering sind. Analog zu den anderen Vertragstypen, zahlt der Erstversicherer zu Beginn des Jahres die Rückversicherungsprämie P_{DT} . Im Gegenzug erhält er – bei Eintritt beider Ereignisse – vom Rückversicherer die Zahlung (S_{DT}) am Ende des Jahres:

$$S_{DT} = 1_{[r_p < Y]} \cdot \sum_{i=1}^n \min(\max(0, x_i - A_{DT}), M_{DT}) = 1_{[r_p < Y]} \cdot S_{XL}. \quad (10)$$

Double-Trigger-Verträge stellen eine Kombination aus dem Kauf einer Verkaufsoption ($1_{[r_p < Y]}$, r_p symbolisiert die Rendite des Kapitalanlageportfolios des Erstversicherers und Y das Renditeniveau des Triggers) und einem Excess of Loss Rückversicherungsvertrag (mit Selbstbehalt A_{DT} und Haftstrecke M_{DT}) dar. Der Double-Trigger-Vertrag bietet folglich eine Absicherung gegen den Worst Case, d. h., ein schlechtes Ergebnis sowohl auf dem Kapitalmarkt als auch im versicherungstechnischen Geschäft. Grundsätzlich ist es auch möglich, einen Double-Trigger-Vertrag auf Basis eines Stop Loss Vertrages anstatt auf Basis eines Excess of Loss Vertrages zu erstellen. In beiden Fällen werden durch die unterschiedlichen Risikoquellen vielfältige Abhängigkeitsbeziehungen in die Betrachtung eingebunden, also Beziehungen zwischen Assets, zwischen Liabilities sowie zwischen Assets und Liabilities. Diese müssen allesamt in einer Analyse des Double-Trigger-Vertrages berücksichtigt werden.

3.2 Messung von Risiko und Rendite

Risiko und Rendite der Rückversicherungsverträge werden in dieser Arbeit anhand von vier Kennzahlen gemessen (vgl. dazu auch Eling et al. 2007). Wir betrachten

zunächst zwei Renditemaße. Der erwartete Gewinn pro Jahr ist ein absolutes Renditemaß, während der Return on Investment den erwarteten Gewinn auf das eingesetzte Kapital bezieht und demnach ein relatives Renditemaß darstellt. Der erwartete Gewinn pro Jahr ergibt sich als Differenz aus dem erwarteten Eigenkapital am Ende von Periode T und dem zum Zeitpunkt 0 vorhandenen Eigenkapital, verteilt auf die Anzahl der Perioden:

$$E(G) = \frac{E(EC_T) - EC_0}{T}. \quad (11)$$

Der Return on Investment (ROI) resultiert dagegen aus der Relation:

$$\text{ROI} = \left(\frac{E(EC_T)}{EC_0} \right)^{\frac{1}{T}} - 1. \quad (12)$$

Des Weiteren analysieren wir zwei Risikomaße: Die Ruinwahrscheinlichkeit und das Expected Policyholder Deficit. Die Ruinwahrscheinlichkeit ist definiert als:

$$RP = \Pr(\hat{\tau} \leq T), \quad (13)$$

wobei $\hat{\tau} = \inf\{t > 0; EC_t < 0\}$ mit $t = 1, 2, \dots, T$ das erste Auftreten eines Ruins beschreibt (d. h. ein negativer Eigenkapitalbetrag; vgl. Heilmann 1988, S. 247). Die Ruinwahrscheinlichkeit liefert jedoch keine Informationen hinsichtlich der Höhe eines Verlusts im Fall einer Insolvenz (vgl. Butsic 1994; Barth 2000) oder hinsichtlich des Zeitwerts des Geldes (vgl. Powers 1995; Gerber u. Shiu 1998). Um diese Informationen in die Betrachtung einzubeziehen, berechnen wir das Expected Policyholder Deficit (EPD):

$$\text{EPD} = \sum_{t=1}^T E[\max(-EC_t, 0) | EC_t < 0] \cdot (1 + r_f)^{-t}, \quad (14)$$

wobei r_f für den risikolosen Zinssatz steht. Sowohl die Ruinwahrscheinlichkeit als auch das Expected Policyholder Deficit sind zentrale Bestandteile aktueller Regulierungsansätze. Die Ruinwahrscheinlichkeit korrespondiert zum Value at Risk, der Basis des neuen Solvency II Frameworks werden soll (vgl. dazu European Commission 2007). Das Expected Policyholder Deficit steht hingegen in Relation zum Expected Shortfall der im Rahmen des Swiss Solvency Tests zur Berechnung des Zielkapitals angesetzt wird (vgl. dazu Bundesamt für Privatversicherungen 2004).

3.3 Beispielsimulation

Im folgenden Simulationsbeispiel betrachten wir ein typisches deutsches Schadenversicherungsunternehmen, indem wir entsprechende Daten und Solvabilitätsregeln verwenden. Die Inputdaten wurden gegenüber den in Eling u. Toplek (2008) verwendeten Zahlen etwas zu Ungunsten des Versicherungsunternehmens verändert, um zusätzliche numerische Ergebnisse für ein verschlechtertes Basisszenario zu ermitteln. Anpassungen erfolgten dabei in zweierlei Hinsicht: Erstens wurde der Erwartungswert (bzw. die Standardabweichung) der Rendite der riskanten Anlage von 10%

auf 9% (von 20% auf 15%) reduziert. Zweitens wurde der Erwartungswert (bzw. die Standardabweichung) der lognormalverteilten Basisschäden von 76,5% auf 78,8% (von 2,3% auf 2,4%) erhöht.

Die weiteren Modellparameter wurden analog zu Eling u. Toplek (2008) gewählt. Auf der Kapitalanlageseite beträgt der Erwartungswert (bzw. die Standardabweichung) der sicheren Anlage 5% (5%). Der Anteil α der riskanten Anlagen im Portfolio des Unternehmens beträgt konstant 40% im Untersuchungszeitraum und der risikofreie Zinssatz beträgt annahmegemäß 3%. Die Modellierung der Katastrophenschäden in der Hausratversicherung und in der Wohngebäudeversicherung erfolgte mithilfe korrelierter, gleichverteilter Zufallszahlen aus der Gauß-Copula. Die Schadenhäufigkeit in beiden Sparten folgt in der Simulation jeweils einer Poissonverteilung (Parameter $\lambda = 1,2$). Die Höhe der Einzelschäden wurde für die Wohngebäudeversicherung anhand korrelierter, gleichverteilter Zufallszahlen aus einer Paretoverteilung mit einem Erwartungswert (einer Standardabweichung) von 7,5 Millionen € (8,1 Millionen €) und für die Hausratversicherung anhand einer Paretoverteilung mit einem Erwartungswert (einer Standardabweichung) von 2,5 Millionen € (2,7 Millionen €) ermittelt.

Das modellierte Marktvolumen (MV) entspricht 1.000 Millionen €, der Marktanteil des betrachteten Versicherungsunternehmens im Untersuchungszeitraum ist auf $\beta = 0,2$ festgelegt. Die Schadenabwicklungskosten belaufen sich auf $\delta = 5\%$ der Schäden. Die Abschlusskosten setzen sich zusammen aus 5% des vom Unternehmen vereinnahmten Prämienvolumens zuzüglich 0,1% der quadratischen Änderung des Prämienvolumens in einer Periode. Als Steuersatz tr wurde 25% gewählt. Das Unternehmen ist zu Beginn der Untersuchung mit 75 Millionen € kapitalisiert. Der Consumer Response Factor $cr = 1$ fällt auf 0,95, wenn das Sicherheitsniveau des Unternehmens unterhalb von 150% der durch Solvency I (vgl. § 53c Versicherungsaufsichtsgesetz (VAG)) vorgegebenen Schranke fällt. Der autoregressive Prozess zur Modellierung des Underwriting Cycles wurde auf Basis der Ergebnisse von Cummins u. Outreville (1987) parametrisiert und führt zu einer Zykluslänge von 7,76 Jahren. Aufgrund der schlechteren Ausgangssituation hat das Versicherungsunternehmen im Basisfall ohne Rückversicherung und Unabhängigkeit der erzeugten Zufallszahlen (also bei einer Korrelation von 0) eine relativ hohe Ruinwahrscheinlichkeit von 0,91%.

Die Parameter der Rückversicherungsverträge wurden so gewählt, dass alle drei Verträge im Falle der Unabhängigkeit der erzeugten Zufallszahlen zum gleichen erwarteten Gewinn (25,36) und zur gleichen Ruinwahrscheinlichkeit führen (0,36%). Erstversicherungsunternehmen, die diese beiden Größen zur Bewertung von Rückversicherungsverträgen heranziehen, wären also im Fall einer Korrelation von 0 indifferent zwischen den drei Verträgen.

Ein Wert von 0,5% stellt ein kritisches Level für die Ruinwahrscheinlichkeit dar, denn dies sind die Anforderungen, die im Rahmen der zukünftigen aufsichtsrechtlichen Regelungen (Solvency II) vorgesehen sind (vgl. Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors 2007). Mit Hilfe der Rückversicherungsverträge würde das Unternehmen diese Anforderungen erfüllen. Der Excess of Loss Vertrag hat einen Selbstbehalt von 26 Millionen €, ein Limit von 114 Millionen € pro Ereignis und eine Vertragsprämie von 2,400 Millionen €. Der Selbstbehalt

Tabelle 1 Ergebnisse der Simulationsstudie

Korrelation der Schäden:	-0,3	-0,2	-0,1	0	0,1	0,2	0,3
Panel 1: Keine Rückversicherung							
<i>E(G)</i> in Millionen €	26,76	26,74	26,70	26,67	26,62	26,58	26,53
ROI	22,73%	22,71%	22,69%	22,67%	22,64%	22,62%	22,59%
<i>RP</i>	0,72%	0,76%	0,83%	0,91%	1,03%	1,16%	1,31%
EPD in Millionen €	0,12516	0,13401	0,14632	0,16322	0,18709	0,21945	0,25536
Panel 2: Excess of Loss							
<i>E(G)</i> in Millionen €	25,32	25,32	25,34	25,36	25,40	25,45	25,50
ROI	21,87%	21,87%	21,88%	21,89%	21,91%	21,94%	21,98%
<i>RP</i>	0,28%	0,30%	0,33%	0,36%	0,39%	0,41%	0,44%
EPD in Millionen €	0,03083	0,03320	0,03707	0,04000	0,04462	0,04859	0,05279
Panel 3: Stop Loss							
<i>E(G)</i> in Millionen €	25,36	25,35	25,35	25,36	25,38	25,41	25,45
ROI	21,89%	21,89%	21,89%	21,89%	21,90%	21,92%	21,95%
<i>RP</i>	0,27%	0,30%	0,33%	0,36%	0,40%	0,42%	0,46%
EPD in Millionen €	0,03091	0,03342	0,03723	0,04037	0,04528	0,04932	0,05364
Panel 4: Double Trigger							
<i>E(G)</i> in Millionen €	25,34	25,34	25,35	25,36	25,38	25,40	25,42
ROI	21,88%	21,88%	21,88%	21,89%	21,90%	21,91%	21,93%
<i>RP</i>	0,29%	0,31%	0,34%	0,36%	0,40%	0,45%	0,50%
EPD in Millionen €	0,03545	0,03739	0,04042	0,04454	0,05088	0,05919	0,06866

E(G): Erwarteter Gewinn per annum, ROI: Return on Investment, *RP*: Ruinwahrscheinlichkeit, EPD: Expected Policyholder Deficit

des Stop Loss Vertrags beläuft sich auf eine Schadenquote von 108,5%, das Limit liegt bei 31,5% der Prämieinnahmen, und die Vertragsprämie entspricht 2,120 Millionen €. Der Double-Trigger-Vertrag hat einen Selbstbehalt von 23 Millionen € pro Ereignis und eine Haftstrecke von 137 Millionen €. Der zweite Trigger wird ausgelöst, falls die Portfolio-Rendite der Kapitalanlagen unter 5% fällt. Die Vertragsprämie beläuft sich auf 2,264 Millionen €.

In Tabelle 1 sind die Ergebnisse der Simulationsstudie für sieben unterschiedliche Korrelationswerte der Schadenseite zusammengefasst. Das heißt, dass die Rangkorrelation zwischen den Katastrophenschäden in den beiden Sparten zwischen -0,3 und 0,3 verändert wird, während die Rangkorrelation zwischen den Assets und zwischen Assets und Liabilities bei 0,2 und -0,1 fixiert ist. Der Analyse liegt eine Monte Carlo Simulation mit 500.000 Iterationen zugrunde (zur Monte Carlo Simulation vgl. z. B. Glasserman 2004).

Wir betrachten zunächst Panel 1, welches die Situation des Unternehmens ohne Rückversicherung beschreibt. Im Falle der Unabhängigkeit von Katastrophen- und Basisschäden (Korrelation von 0) resultiert ein erwarteter Gewinn von 26,67 Millionen € pro Jahr und eine Ruinwahrscheinlichkeit von 0,91%. Diese liegt wie bereits angedeutet über den regulatorischen Anforderungen, die in der Europäischen Union vorgesehen sind.

Der Vergleich der unterschiedlichen Korrelationen zeigt relativ geringe Auswirkungen auf den erwarteten Gewinn. Dieser fällt bei steigender Korrelation um rund 0,5% von 26,67 Millionen € im Ausgangsfall auf 26,53 Millionen €. Die Korrelationsannahmen haben jedoch starken Einfluss auf die von uns betrachteten Risiko-

maße. Die Ruinwahrscheinlichkeit steigt von 0,91% auf bis zu 1,31% bei einer Erhöhung der Korrelation von 0 auf 0,3. Im Falle einer negativen Korrelation sinkt dagegen die Ruinwahrscheinlichkeit auf bis zu 0,72% (im Falle einer Korrelation von $-0,3$) ab. Aufgrund der negativen Korrelation tritt hier ein gewisser Hedging Effekt zwischen den Katastrophenschäden in den beiden Sparten auf, dass heißt, wenn die Katastrophenschäden in einer Sparte überdurchschnittlich hoch sind, haben die Katastrophenschäden in der anderen Sparte tendenziell eher eine unterdurchschnittliche Höhe.

Betrachten wir im zweiten Schritt die Rückversicherungsverträge und analysieren zunächst den Excess of Loss Vertrag in Panel 2 von Tabelle 1. Dieser Vertrag verringert bei einer Korrelation von 0 den erwarteten Gewinn pro Jahr um 1,31 Millionen € auf 25,36 Millionen €. Die Ruinwahrscheinlichkeit wird von 0,91% auf 0,36% gesenkt und liegt damit innerhalb der regulatorischen Vorgaben. Die Variation der Korrelation von $-0,3$ bis 0,3 wirkt sich lediglich auf die Streuung um den Erwartungswert aus, nicht jedoch auf den Erwartungswert selbst. Die geringe Erhöhung des erwarteten jährlichen Gewinns ist auf die entlastende Wirkung der Rückversicherung zurückzuführen (bei gegebener Rückversicherungsprämie), da häufiger eine Entschädigungszahlung erfolgt. Gleichzeitig führt die Erhöhung der Korrelation zu einer signifikanten Steigerung der Ruinwahrscheinlichkeit in Höhe von 57% (von 0,28% bei einer Korrelation von $-0,3$ auf bis zu 0,44% bei einer Korrelation von 0,3).

Die Ergebnisse für den Stop Loss Vertrag (Panel 3) weisen im Vergleich zum Excess of Loss Vertrag eine geringere Schwankung des erwarteten jährlichen Gewinns auf, die jedoch mit einer erhöhten Schwankung der Ruinwahrscheinlichkeit einhergeht. Das Expected Policyholder Deficit (EPD) steigt um mehr als 70% von 30.910 € auf 53.640 € und weicht bei negativ korrelierten Schäden kaum vom EPD des Excess of Loss Vertrages ab. Bei positiv korrelierten Schäden ist eine größere Abweichung zwischen den EPD-Werten beider Verträge feststellbar (53.640 € vs. 52.790 €).

Der Double-Trigger-Vertrag (Panel 4) führt im Vergleich zu den zuvor analysierten Verträgen zu den höchsten Ruinwahrscheinlichkeiten. Für eine positive Korrelation von 0,3 liegt diese sogar an der aufsichtsrechtlichen Schranke von 0,5%. Der erwartete Gewinn per annum liegt in diesem Fall bei 25,42 Millionen € und somit unter den Ergebnissen für die beiden anderen Verträge. Insofern stellt sich der Double-Trigger-Rückversicherungsvertrag im Falle einer positiven Korrelation als relativ unattraktiv dar. Hintergrund ist hier, dass der Kapitalmarkttrigger aufgrund der geringen Streuung der Kapitalmarkttrenditen relativ selten greift.

Im Vergleich zur Situation ohne Rückversicherung verändern alle Verträge den Verlauf des erwarteten jährlichen Gewinns aufgrund der zu leistenden Prämienzahlung. Dieser Verringerung steht eine signifikante Reduktion der Ruinwahrscheinlichkeit gegenüber. Demnach geht ein geringeres Renditeniveau mit einem geringeren Risikoniveau einher.

4 Fazit

Das Ziel dieser Arbeit bestand darin, verschiedene Rückversicherungsverträge in die dynamische Finanzanalyse zu integrieren und ihre Effekte auf das Risiko und die Rendite eines Schadenversicherers zu analysieren. Zu diesem Zweck haben wir

unterschiedliche Gauß'sche Abhängigkeitsbeziehungen zwischen Assets, zwischen Liabilities sowie zwischen Assets und Liabilities betrachtet. In unserer Beispielsimulation haben wir uns dabei auf drei Rückversicherungsverträge und eine Variation der Rangkorrelation auf der Schadenseite, also zwischen den Katastrophenschäden in zwei Sparten des Versicherungsgeschäfts, konzentriert. Eine weitergehende Analyse nichtlinearer Abhängigkeitsbeziehungen findet sich in Eling u. Toplek (2008).

Die Untersuchungsergebnisse zeigen, dass der erwartete Gewinn im Falle einer Abhängigkeit zwischen Assets, Liabilities sowie zwischen Assets und Liabilities nur in relativ geringem Ausmaß verändert wird. Demgegenüber finden wir sehr deutliche Veränderungen bei den Risikomaßen Ruinwahrscheinlichkeit und Expected Policyholder Deficit. Von daher ist insbesondere unter Risikogesichtspunkten die Berücksichtigung der Abhängigkeitsbeziehungen im Versicherungsgeschäft von zentraler Bedeutung. Dieses Ergebnis ist vor allem für Aufsichtsbehörden und für Ratingagenturen von hoher Relevanz, da diese die Ruinwahrscheinlichkeit (in etwa vergleichbar zum Value at Risk in Solvency II) und das Expected Policyholder Deficit (in etwa vergleichbar zum Expected Shortfall im Swiss Solvency Test) als Fundament der Aufsicht und für die Herleitung von Ratings nutzen. Darüber hinaus sind diese Untersuchungsergebnisse auch relevant für Investoren, die die risikoadjustierte Performance ihren Entscheidungen zugrundelegen. Die Berücksichtigung von Abhängigkeiten führt zu deutlichen Veränderungen der Risikomaße, die als Bezugsgröße in die Performancemessung einfließen.

Rückversicherung bietet in diesem Kontext ein geeignetes Risikomanagement-Instrumentarium. Alle von uns analysierten Vertragsarten (Excess of Loss, Stop Loss, Double-Trigger-Rückversicherungsvertrag) führen zu einer signifikanten Risikoreduktion. Allerdings lassen sich je nach Korrelation deutliche Unterschiede in der Wirkung der Verträge aufzeigen. Mit Hilfe der dynamischen Finanzanalyse kann dabei der Effekt der Rückversicherungsverträge unter unterschiedlichen Abhängigkeitsannahmen evaluiert werden.

Danksagung Wir bedanken uns bei Gudrun Hoermann, Prof. Dr. Hato Schmeiser und den Teilnehmern der Jahrestagung 2008 des Deutschen Vereins für Versicherungswissenschaft für zahlreiche Anmerkungen.

Literatur

- Achleitner, P.M., Biebel, J., Wichels, D.: Does WTC matter for the investment policy of P/C insurance companies? Geneva Pap. Risk Insur. – Issue Practice **27**(2), 275–282 (2002)
- Barth, M.M.: A comparison of risk-based capital standards under the expected policyholder deficit and the probability of ruin approaches. J. Risk Insur. **67**(3), 397–414 (2000)
- Blum, P., Dacorogna, M.: DFA – Dynamic financial analysis. In: Teugels, J., Sundt, B. (eds.) Encyclopedia of actuarial science, pp. 505–519. Wiley, New York (2004)
- Bundesamt für Privatversicherungen: Weissbuch des Schweizer Solvenztests. Bern (2004)
- Butsic, R.P.: Solvency measurement for property-liability risk-based capital applications. J. Risk Insur. **61**(4), 656–690 (1994)
- Casualty Actuarial Society: DFA research handbook, prepared by the Dynamic Financial Analysis Committee of the Casualty Actuarial Society (1999)
- Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors: CEIOPS' Report on its third Quantitative Impact Study (QIS3) for Solvency II Public Report. CEIOPS-DOC-19/07, Frankfurt (2007)

- Cummins, J.D., Lalonde, D., Phillips, R.D.: The basis risk of catastrophic-loss index securities. *J. Financial Econ.* **71**(1), 77–111 (2004)
- Cummins, J.D., Outreville, J.F.: An international analysis of underwriting cycles in property-liability insurance. *J. Risk Insur.* **54**(2), 246–262 (1987)
- Denuit, M., Vermadele, C.: Optimal reinsurance and stop-loss order. *Insur.: Math. Econ.* **22**(3), 229–233 (1998)
- Eling, M., Parnitzke, T., Schmeiser, H.: Management strategies and dynamic financial analysis. *Variance* **2**(1), 54–66 (2008)
- Eling, M., Toplek, D.: Risk and return of reinsurance contracts under Copula models. Working Paper, University of St. Gallen (2008)
- Embrechts, P., Lindskog, P., McNeil, A.: Modeling dependence with Copulas and applications to risk management. In: Rachev, S.T. (ed.) *Handbook of heavy tailed distributions in finance*, pp. 329–384. Elsevier, Amsterdam (2001)
- European Commission: Directive of the European Parliament and the Council on the taking-up and pursuit of the business of insurance and reinsurance – Solvency II. (COM(2007) 361), Brussel (2007)
- Gerber, H.U., Shiu, E.S.: On the time value of ruin. *North Am. Actuar. J.* **2**(1), 48–72 (1998)
- Glasserman, P.: *Monte Carlo methods in financial engineering*. Springer, New York (2004)
- Gründl, H., Schmeiser, H.: Pricing double-trigger reinsurance contracts: Financial versus actuarial approach. *J. Risk Insur.* **69**(4), 449–468 (2002)
- Heilmann, W.-R.: *Fundamentals of risk theory*. Verlag Versicherungswirtschaft, Karlsruhe (1988)
- Klugman, S.A., Panjer, H.H., Wilmot, G.E.: *Loss models: From data to decisions*, 2. end. Wiley, Hoboken (2004)
- McNeil, A.J., Frey, R., Embrechts, P.: *Quantitative risk management*. Princeton University Press, Princeton (2005)
- Powers, M.R.: A theory of risk, return and solvency. *Insur.: Math. Econ.* **17**(2), 101–118 (1995)
- Wakker, P.P., Thaler, R.H., Tversky, A.: Probabilistic insurance. *J. Risk Uncertain.* **15**(1), 7–28 (1997)